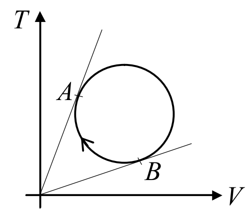
FIZIKA PONTVERSENY **6. forduló** **Megoldások**

1. Ha indulás után $\frac{1}{2}$ és $\frac{2}{3}$ órával egyforma távol vannak egymástól, akkor közben találkoztak – mégpedig épp a két időpont között „félidőben”, vagyis $\frac{7}{12}$ órával az indulásuk után. Azaz ennyi idő alatt együtt megtették a két falu távolságát, ami $\left(36\,\frac{\text{km}}{\text{h}}+54\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)\cdot\frac{7}{12}\,\text{h} = 52{,}5\ \text{km}$. *(4 pont)*

2. A tervezett út s (mérföld), a megtételéhez 5 kutyával t (nap) idő szükséges, a szán sebessége pedig v (mérföld/nap) kutyánként. Ekkor három egyenletet írhatunk fel: ha minden rendben ment volna: $s = 5vt$; egy nap után két kutya megszökött, így két nappal tovább tartott az út: $s = 5v\cdot 1+3v(t-1+2)$; ha a két kutya még 50 mérföldet húzott volna, csak egy nap a késés: $s = 5v\cdot 1+50+3v(t-1-\frac{50}{5v}+1)$. Három egyenlet, három ismeretlen – a megoldások: $t = 4$ nap, $v = 6\frac{2}{3}\,\frac{\text{mf}}{\text{nap}}$ és $s = 133\frac{1}{3}$ mérföld. *(4 pont)*

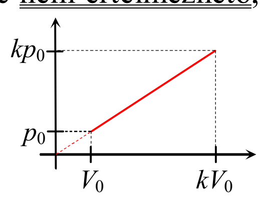
3. A T-V diagramon az állandó nyomást origón átmenő egyenesek mutatják, ez esetben lesz ugyanis $\frac{V}{T}$ állandó (Gay-Lussac I.). Az origóból a körhöz húzott érintők mutatják a folyamat során legnagyobb és legkisebb nyomást (a meredekebb a nagyobbat, hiszen ekkor azonos térfogaton nagyobb hőmérséklethez nagyobb nyomás tartozik). Ekkor A pontban legnagyobb a nyomás, innen B-ig csökken, majd onnan A-ig újra nő.



(5 pont)

4. Értelemszerűen indexelve az *i*tal, a *j*ég, a *v*íz sűrűségét és térfogatát, a jégkocka *be*merülő és *ki*álló térfogatát, a kezdeti egyensúly feltétele: $(V_{be}+V_{ki})\rho_j g = V_{be}\rho_i g$. A jégkockából vele egyező tömegű víz keletkezik: $(V_{be}+V_{ki})\rho_j = V_v\rho_v$. A két egyenletből $V_{be}\rho_i = V_v\rho_v$, vagyis $V_v = 0{,}96V_{be}$, azaz a pohárban a folyadékszint süllyed. *(5 pont)*

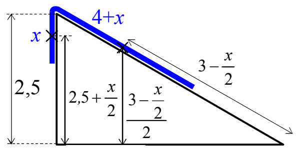
5. A fordított arányosság az izoterm folyamat során valósul meg, ennek fajhője nem értelmezhető, hiszen van hőcsere, de nincs hőmérséklet-változás. Az egyenes arányosság során a kezdeti p_0, V_0 értékek egyaránt (pl.) k-szorosukra nőnek (és közben az általános gáztörvény miatt T_0 pedig k^2T_0-ra nő). Az első főtétel: $\Delta E = \Delta Q+\Delta W$, vagyis $\frac{fR}{2M}m\cdot\Delta T = cm\cdot\Delta T+\Delta W$. A munkavégzést most egy

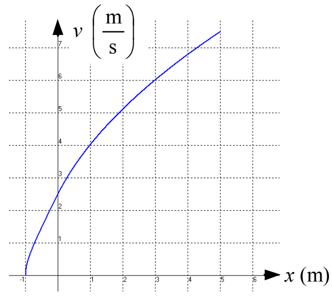


trapéz területeként számíthatjuk ki: $-\frac{kp_0+p_0}{2}(kV_0-V_0) = -\frac{(k+1)p_0}{2}(k-1)V_0 = -\frac{k^2-1}{2}p_0V_0 = -\frac{k^2-1}{2}\frac{m}{M}RT_0$. A hőmérséklet-változás: $\Delta T = k^2T_0-T_0 = (k^2-1)T_0$, vagyis mindent behelyettesítve: $\frac{fR}{2M}m(k^2-1)T_0 = cm(k^2-1)T_0-\frac{k^2-1}{2}\frac{m}{M}RT_0$. Egyszerűsítve $m(k^2-1)T_0$-lal, rendezés után $c = \frac{(f+1)R}{2M}$. (Ami tök érdekes a másik két nevezetes értékkel összevetve.)

(6 pont)

6. A **c,** pályán („gödörben”) a test sebességének *vízszintes összetevője* mindig *nagyobb*, mint a vízszintes felületen (és hasonlóan, az **a,** pályán, „dombon” mindig *kisebb*) – ugyanis a kezdeti gyorsulásnak van vízszintes összetevője is, így ez a sebesség-komponens is nő. A gödörbeli emelkedőkön lassul ugyan a test, de bármely (helyi) emelkedő tetején – ahol épp vízszintes a sebessége – az energiamegmaradás miatt gyorsabb, mint a kezdősebesség. Ezért a gödörben haladó test ér leghamarabb célba, aztán a vízszintes síkon mozgó, végül a dombon érkező. (Azért fontos, hogy a test „végig a felületen mozog”, mert ha egy bukkanó tetején elhagyná a felületet, hajítás venné kezdetét, aminek pályája nem biztos, hogy az alapsík alatt marad.) *(6 pont)*





7. Először is tisztázzuk, hogy a lelógó részre ható erőnél (legyen ez 1 egység) a lejtőn fekvő részre ható, lejtőmenti erő nagyobb (merthogy ez $3\cdot 0{,}5 = 1{,}5$ egység), tehát a lánc a lejtőn csúszik le. A lánc helyzetét jellemezzük a bal oldali végének a lejtő csúcsától való távolságával, ekkor egy [–1;5] intervallumon értelmezett függvényt kapunk. Számérték-egyenletként felírva az energiákat (először $-1\le x\le 0$ esetén, a tömegeket egyszerűen a hosszal jellemezve):

$$1\cdot g\cdot 2+3\cdot g\cdot 1{,}75 = -x\cdot g\cdot\left(2{,}5+\frac{x}{2}\right)+(4+x)\cdot g\cdot\frac{3-\frac{x}{2}}{2}+\frac{1}{2}\cdot 4\cdot v^2,$$ kapjuk:

$v = \sqrt{3{,}75x^2+10x+6{,}25}$. Mikor a lánc vége felér a lejtő csúcsára (x=0), a sebessége 2,5 (m/s). Innen egy egyszerű gyorsuló mozgás kezdődik, $\frac{g}{2}$ gyorsulással, fenti kezdősebességgel. (Ha a lánc egy része már leért, csak a *maradékra* ható lejtőmenti komponens gyorsítja a *maradék* láncot – mindkét mennyiség a hosszal arányos lévén, hányadosuk [a gyorsulás] változatlan. Így persze a lánc *egészének* sebességéről nem igazán lehet beszélni – nem lévén merev, nyilván nem fogja „eltolni” a még lejtőn lévő rész a többi, már leértet –, tehát a *bal oldali végpont* sebességét kapjuk így.) Mivel $v=\sqrt{v_0^2+2as}$ és $s = x$, kapjuk, hogy $0\le x\le 5$ esetén $v = \sqrt{10x+6{,}25}$ (az elért végsebesség tehát 7,5 [m/s]). *(10 pont)*

8. Az elhajított test sebessége általánosan: $v_x = v_0\cdot\cos\alpha$, $v_y = v_0\cdot\sin\alpha - gt$. Tehát a robbanás pillanatában $\mathbf{v} = (75;\ 30)$. Mint az előző forduló megoldásaiban láttuk, az első (m tömegű) test $\mathbf{v}_1 = (-125;\ -30)$ sebességgel indul a robbanás pillanatában, a második ($2m$ tömegű) pedig $\mathbf{v}_2 = (175;\ 60)$ sebességgel. Az impulzus-megmaradás: $3m\mathbf{v} = m\mathbf{v}_1+2m\mathbf{v}_2$, a tömeggel egyszerűsítve, külön a koordinátákra: $3\cdot 75 = -125+2\cdot 175$, illetve $3\cdot 30 = -30+2\cdot 60$, mindkettő igaz. (Úgy is megvizsgálhatjuk, hogy tekintjük a szétrepülő darabok sebességváltozását: $\Delta\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_1-\mathbf{v} = (-200;\ -60)$ és $\Delta\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_2-\mathbf{v} = (100;\ 30)$. Az 1:2 tömegarányú testekre a sebességváltozás 2:1 arányú. és ellentétes irányú.) *(6 pont)*

EREDMÉNYEK

	példa		1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	próba	teljes
	pont		4	4	5	5	6	6	10	6	46		pont
1	Gyűrűs Boldizsár	12.Amf	4	4	3	5	6	5	6	6	39	8	5
2	Kozák András	10.C	4	4	2	5	6	4	6	6	37	8	5
3	Herczeg Donát	12.Amf	4	4	2	5	5	2	7	4	33	8	3
4	Németh Csaba	11.Amf	4	4	1	5	6	2	2	–	24	7	4
5	Keltai Dóra	11.Amf	4	4	2	4	–	4	1	–	19	6	2
6	Schrott Márton	11.Amf	4	4	–	–	–	5	–	–	13	3	2
7	Náray Balázs	11.Amf	4	2	2	5	–	–	–	–	13	4	2
8	Zeke Norbert	11.Amf	4	3	–	5	–	–	–	–	12	3	2
9	Osvárt Bence	11.Amf	4	3	1	2	–	1	–	–	11	5	1
9	Roskó Kristóf	11.Amf	4	3	1	3	–	–	–	–	11	4	1
11	Vass Bence	10.Bbi	4	1	1	0	1	1	1	1	10	8	1
12	Molnár Péter	11.Amf	3	1	1	2	–	–	–	–	7	4	0
	próba		12	12	10	11	5	8	6	4	68	68	
	teljes pontszám		11	6	0	6	3	0	0	2	28		28
	átlag pontszám		3,9	3,1	1,3	3,4	2,0	2,0	1,9	1,4	19,1	5,7	2,3

	Összesítés 6 forduló után		264
1	Kozák András	10.C	224
2	Gyűrűs Boldizsár	12.Amf	223
3	Herczeg Donát	12.Amf	200
4	Németh Csaba	11.Amf	155
5	Keltai Dóra	11.Amf	140
6	Vass Bence	10.Bbi	105
7	Schrott Márton	11.Amf	49
8	Zeke Norbert	11.Amf	48
9	Mátyás Dávid	12.Amf	25
9	Osvárt Bence	11.Amf	25
11	Rimai Dániel	12.Amf	23
12	Boros Máté	11.Amf	21
13	Ocskó Luca	11.Amf	19
14	Császár András	12.Amf	17
14	Roskó Kristóf	11.Amf	17
16	Conrád Márk	11.Amf	16
17	Náray Balázs	11.Amf	13
18	Solymosi Réka	11.Amf	9
19	Gál Péter	11.Amf	7
19	Molnár Péter	11.Amf	7
21	Kovács Balázs	9.Amf	3

Az első két példa jól megy, bár sokan méltatlanul elbonyolítják (és néha jól elszámolják) őket. (És nem tűnik fel, ha a megteendő táv negatív, vagy összemérhető a Föld-Hold távolsággal…) A harmadikban a (jó!) érintők senkinek nem jutnak eszébe. A 4. megint jó, bár sokszor hiányzik a jég által kiszorított ital térfogatának meghatározása – anélkül pedig nem elég, hogy a jég vízzé válva csökkenő térfogatú. Az 5.-től sokan megijednek, pedig nem nehéz. A 6.-ban a sebesség vízszintes összetevőjét vizsgálni senkinek nem jut eszébe, pedig ez számít. A 7.-re hősies, hosszú (és általam is órákig javított ☹) megoldások születtek, de a tényleges megoldásnak csak közelébe sikerült kerülni. A 8. most igazán könnyű volt (különösen az előző forduló nyilvános megoldásai ismeretében…), mégis kevesen futottak neki, pedig még tovább ragozom ezt a példát.

Nem tudom szó nélkül hagyni, hogy sok versenyző (szinte mindenki) az utolsó pillanatra hagyja nemcsak a beadást, hanem a megoldások elkészítését is („van még egy dupla magyar…”). (És ezen a héten Vass Bence volt oly vicces, hogy hétfő reggel találtam meg megoldásait az asztalomon…) Ettől jó összecsapott, átfirkált papírokat kapok. Snassz, méltatlan dolog ez, barátaim, azért van 4 hét, hogy tessék időarányosan… És nem pénteken, 12:57-kor még lobogó hajjal rohannak be a szertárba a leadók… Jó?

Érdekesen alakul az összetett, egyetlen pont a különbség az élen, a többi helyezés eldőlni látszik. Most több volt a beadvány (két új igyekvenc is előkerült, és néhány régi is visszatért, hurrá). Nagy erővel fussunk neki az utolsó fordulónak!

Siposs András